1. Dado el problema
$$\left.\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= 1+t^2\\ y(0) &= 0\end{aligned}\right\}$$
   a) ¿Se cumple Picard?
   b) Obtener la solución general.
   c) Hallar el intervalo maximal de existencia.
2. Dada la ecuación
$$2y' = t^2 - 1,$$
   a) ¿Se cumple Picard?
   b) Obtener la solución general.
   c) Hallar el intervalo maximal de existencia.
3. Dada la ecuación
$$y' = y^2,$$
   hallar el intervalo maximal cuando:
   a) $y(1) = 0$
   b) $y(1) = 1$
   c) $y(1) = -1$
4. Dada la ecuación
$$xy' = y,$$
   hallar el intervalo maximal cuando:
   a) $y(1) = 2$
   b) $y(0) = 0$
   c) $y(0) = 2$
5. Un cultivo tiene una cantidad inicial N_0 de bacterias. Cuando $t = 1$, la cantidad medida de bacterias es $\frac{3}{2}N_0$. Si la razón de reproducción es proporcional a la cantidad de bacterias presentes, calcule el tiempo necesario para triplicar la cantidad inicial de los microorganismos.
6. En el problema
$$y' = \frac{3t+y}{y+t},\ y(t_0) = y_0,$$
   ¿en qué puntos iniciales se puede asegurar la existencia de una única solución?
7. Comprobar si se cumple Picard, resolver y hallar el intervalo de existencia del problema
$$y' = -\frac{y^2+yx}{x^2}$$
   para
   a) $y(1) = 0$
   b) $y(1) = 1$
   c) $y(0) = 1$

8. La dinámica de una población de peces en el océano se rige por la ecuación de Verhulst con un término adicional que nos describe la velocidad de desaparición debido a la pesca. Según un modelo creado por el biólogo Schaefer, la pesca sería proporcional a la cantidad de peces (a mayor cantidad, más fácil es capturarlos):
$$\frac{dN}{dt} = aN\left(1 - \frac{N}{K}\right) - EN,$$
donde $E, a > 0$. Analizar el comportamiento cualitativo si

   a) $a > E$
   b) $a \leq E$