1. Dado el problema

$$\left.\begin{array}{r}\left(x+ye^{\frac{y}{x}}\right)dx-xe^{\frac{y}{x}}dy=0\\ y(1)=0\end{array}\right\}$$

   a) ¿Se cumple Picard?
   b) Obtener la solución general.
   c) Hallar el intervalo maximal de existencia.

2. Dada la ecuación

$$(y^2+x^2)dx+xydy=0$$

   a) ¿Se cumple Picard con $y(1)=1$?
   b) Hallar el intervalo maximal de existencia.
   c) Obtener la solución, si existe, para $y(1)=0$.

3. Resolver la ecuacón

$$\left(ycos\left(\frac{y}{x}\right)+xsin\left(\frac{y}{x}\right)\right)dx=xcos\left(\frac{y}{x}\right)dy$$

4. Resolver las siguientes ecuaciones
   a) $2y'+y=(x-1)y^3$
   b) $3x^2\dfrac{dy}{dx}-6xy+2y^{5/2}$
   c) $y'=ytg(x)+cos(x)$
   d) $y'=\dfrac{1}{xsin(y)+2sin(2y)}$
   e) $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}=-xy^2$
   f) $\dfrac{dy}{dx}-2xy=6xe^{x^2}$
   g) $y'+y=\dfrac{1}{1+e^{2x}}$
   h) $y''+y=sec(x)$
   i) $y''+y=tg(x)$
   j) $y''+y=xcos(x)$
   k) $y''-y'-6y=e^{-x}$
   l) $y^{(4)}-5y''+4y=0$
   m) $y^{(4)}-2y^{(3)}+2y''-2y'+y=0$
   n) $t^2y''+ty'+y=0$
   o) $t^2y''+2ty'-4y=0$
   p) $x^2y''-xy'+y=ln(x)$
   q) $y''+4y'+5y=e^xcos(x)$
   r) $t^2y''-2xy'+2y=xe^{-x}$
   s) $(1-x)y''+xy'-y=(x-1)^2$
   t) $2y''-3y'+y=xsin(x)$
   u) $y''+\lambda^2y=cos(\lambda t)+t^3$

v)

$$\begin{cases} y'' + y = cos(x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

w)

$$\begin{cases} y'' + y = sin(x) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

5. Una taza de café se enfría de 80 a 60 grados en cinco minutos a una temperatura ambiente de 10 grados. Calcular la temperatura de la taza a los 20 minutos y el tiempo que tardará en alcanzar dicha temperatura.

6. Un circuito en serie se conecta a una inductancia de 2 henry con una resistencia de 10 ohmios a una fuente de 12 voltios. Escribir la ecuación que modeliza el ciruito. Qué se puede decir a largo plazo de la intensidad?

7. La población de una comunidad se incrementa a una tasa proporcional al número de personas. Se sabe que en un lustro la población inicial A se duplica. Calcular cuánto tiempo tardará la población en triplicarse.

8. Considérese el circuito de la figura

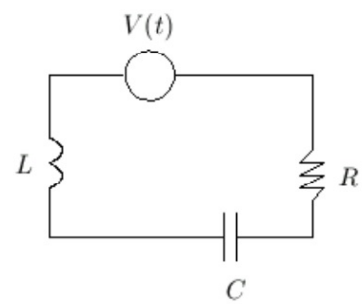

Figure 1: Circuito

Calcular la intensidad de corriente, suponiendo que el circuito est descargado ($i(0) = i'(0) = 0$), cuando:

i) $C = 1F; R = 1\Omega; L = 0H; V(t) = sin(t)$
ii) $C = 1F; R = 2\Omega; L = 0H; V(t) = e^t cos(2t)$
iii) $C = 1F; R = 1\Omega; L = 1H; V(t) = t^2$

9. Resolver los problemas de contorno:

i) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y'(L) = 0$
ii) $y'' + \lambda y = 0, y'(0) = 0, y'(L) = 0$
iii) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y(\pi) - y'(\pi) = 0$

10. Encontrar para qué valores de λ tiene solución no trivial el problema de contorno:

$$y'' - 2y' + (1 + \lambda)y = 0, y(0) = 0, y(1) = 0.$$

11. Estudiar cualitativamente las siguientes ecuaciones:

i) $y' = a(y+1)(y-1), a > 0$.

ii) $y' = (y-k)(y+k), k \in \mathbb{R}$.

12. Aplica el método d Euler para resolver el problema

$$y' = 1 - 2ty, y(0) = 0,$$

dando tres pasos de amplitud $h = 0.1$ para aproximar $y(0.3)$.

13. Resolver la siguiente ecuación diferencial por el método de Heun para aproximar $y(0.4)$:

$$y' = x^2 - y, y(0) = 1.$$

Tomar $h = 0.2$ y realizar dos pasos. Luego, tomar $h = 0.1$ y realizar cuatro pasos. Comparar ambos casos con el valor de la solución exacta.

14. Resolver la siguiente ecuación diferencial para aproximar $y(0.2)$

$$y' = x^2 - y, y(0) = 1$$

utilizando Runge-Kutta. Tomar $h = 0.2$ y realizar un paso. Luego, tomar $h = 0.1$ y realizar dos pasos. Comaparar ambos casos con el valor de la solución exacta.